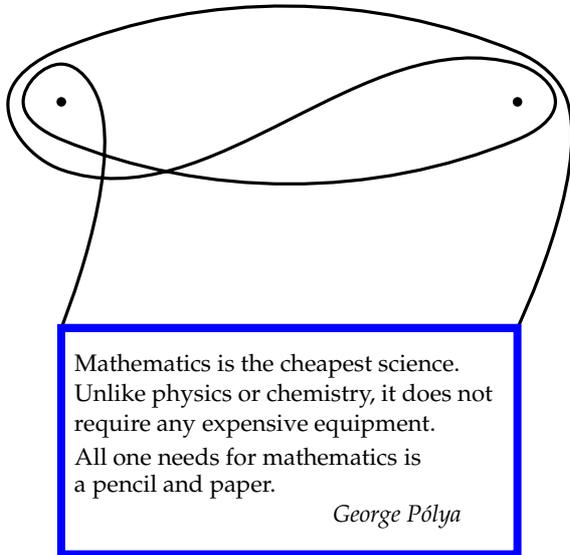


1. Solutions

Solution 1.



L'idée est simple : notons $E(n)$ le plan duquel on a enlevé n points.

- ▶ Le groupe fondamental de $E(2)$ est le groupe libre à deux générateurs a et b qui correspondent à faire un tour autour de chaque clou (disons dans le sens direct). Le dessin représente alors le lacet $aba^{-1}b^{-1}$. Enlever un clou correspond à quotienter de manière à ce que a (ou b) devienne le lacet nul. Dans les deux cas $aba^{-1}b^{-1}$ devient le lacet nul dans le quotient.
- ▶ Pour $n = 3$, c'est alors simple (mais plus compliqué à dessiner). Dans $E(3)$ dont le groupe fondamental est le libre de générateurs a, b, c , on prend $dcd^{-1}c^{-1}$ où d désigne l'élément $d = aba^{-1}b^{-1}$ déjà utilisé en haut. Alors ça cascade comme désiré.
- ▶ La construction par récurrence pour tout $n > 3$ est alors évident.