

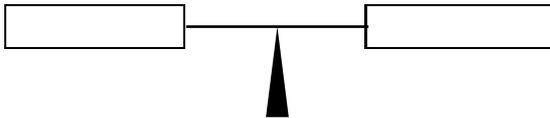
Trouver la fausse boule d'or

www.MathOMan.com

QUESTION

Vous avez 12 boules d'or qui se ressemblent. Elles ont toutes exactement le même poids à l'exception d'une qui est une imitation, et vous ne savez pas si elle est plus lourde ou plus légère que les vraies.

Vous disposez seulement d'une balance à plateaux. Est-il possible d'isoler avec trois pesées la fausse boule et de déterminer en même temps sa nature (plus lourde ou plus légère)?



Trois pesées avec la balance



Douze boules d'or dont une imitation

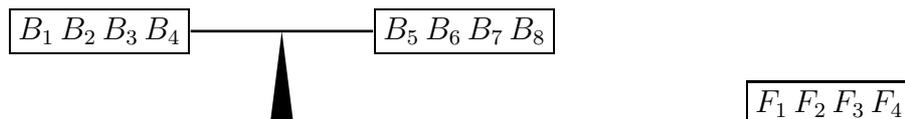
Pour la réponse tournez la page, s.v.p. !

RÉPONSE

Oui c'est possible, et on peut procéder comme suit :

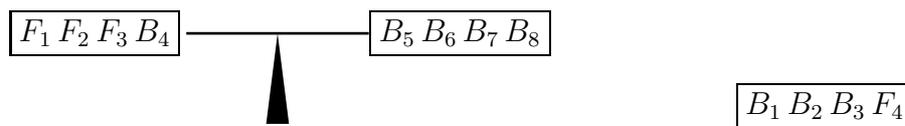
On partage les boules en trois groupes de quatre boules, et on compare deux groupes avec la balance.¹ Trois résultats sont alors possibles :

1. La balance est équilibrée.



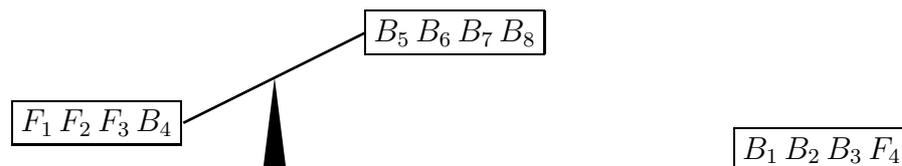
L'imitation se trouve donc forcément parmi les boules non-pesées $F_1 F_2 F_3 F_4$. On forme maintenant les deux groupes $F_1 F_2 F_3 B_4$ et $B_5 B_6 B_7 B_8$ et on les compare. Trois cas sont possibles :

1.1



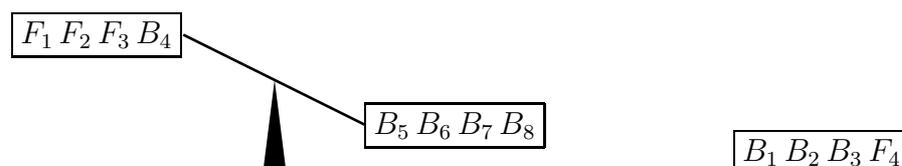
Alors la fausse boule est F_4 et on détermine facilement sa nature avec une troisième pesée en la comparant avec une bonne boule.

1.2



On sait alors que la fausse boule est parmi les trois boules $F_1 F_2 F_3$ et on sait qu'elle est **plus lourde**. Avec la troisième pesée on compare alors F_1 avec F_2 . Si F_1 et F_2 ont le même poids alors la fausse boule est F_3 , et sinon c'est celle qui est plus lourde parmi F_1 et F_2 .

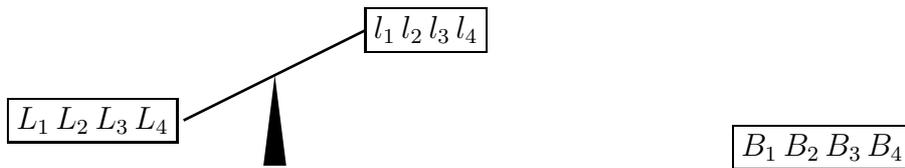
1.3



On sait alors que la fausse boule est parmi les trois boules $F_1 F_2 F_3$ et on sait qu'elle est plus légère. On procède comme dans le cas précédent.

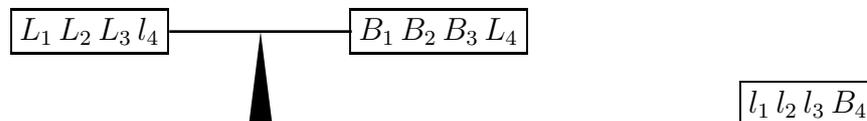
1. Evidemment c'est plus judicieux que de comparer deux groupes de six où seulement deux résultats sont possibles.

2. La balance penche à gauche.



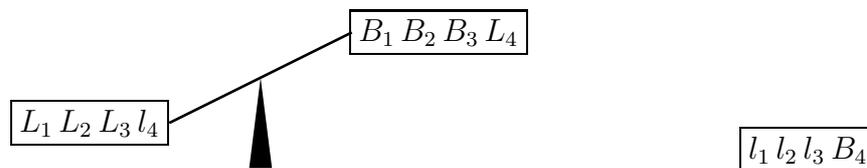
Nous avons noté avec des L majuscules les boules potentiellement lourdes et avec des l minuscules les boules potentiellement légères. On forme maintenant les deux groupes $L_1 L_2 L_3 l_4$ et $B_1 B_2 B_3 L_4$ et on les compare. Trois cas sont possibles :

2.1



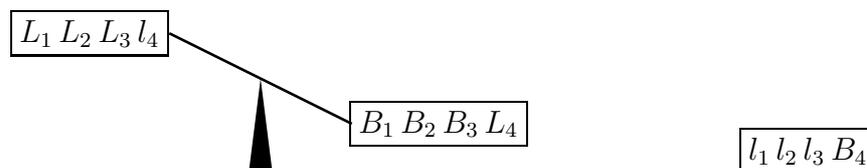
Alors la fausse boule est parmi $l_1 l_2 l_3$ et elle est plus légère. On la trouve en comparant l_1 et l_2 .

2.2



Donc la fausse boule est parmi $L_1 L_2 L_3$ et elle est plus lourde. On la trouve en comparant L_1 et L_2 .

2.3



Donc la fausse boule est soit l_4 soit L_4 . Avec la troisième pesée on compare l_4 et B_1 . Si la balance penche, alors la fausse boule est l_4 et elle est plus légère ; si la balance est équilibrée, alors la fausse boule est L_4 et elle est plus lourde.

3. La balance penche à droite. Ce cas se traite comme le deuxième.