Corrigé du baccalauréat S Asie 18 juin 2008

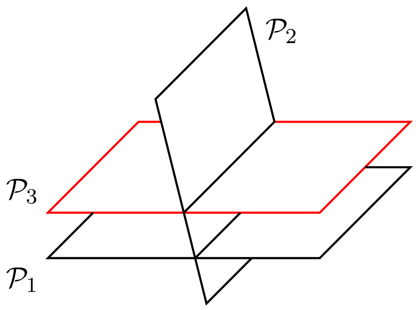
www.MathOMan.com

Exercice 1 — Commun à tous les candidats **4 points**

A - Vrai ou faux ?

Dans l'espace soient $\mathcal{P}_1$, $\mathcal{P}_2$ et $\mathcal{P}_3$ trois plans distincts et $\mathcal{D}$ une droite.

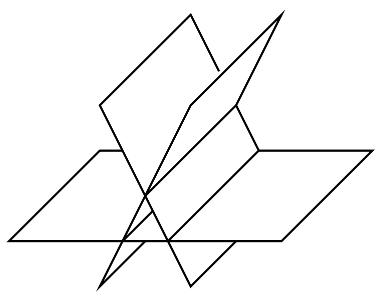
1) Si $\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2 \neq \emptyset$ et $\mathcal{P}_2 \cap \mathcal{P}_3 \neq \emptyset$, alors $\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_3 \neq \emptyset$. Faux !



Il suffit de prendre $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_3$ parallèles mais distincts et $\mathcal{P}_2$ non-parallèle à $\mathcal{P}_1$.

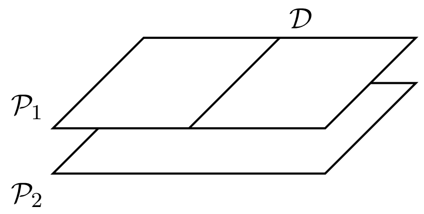
2) Si $\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2 \cap \mathcal{P}_3 = \emptyset$ alors $\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2 = \emptyset$ et $\mathcal{P}_2 \cap \mathcal{P}_3 = \emptyset$.
Faux ! Le contre-exemple du **1)** convient.

Remarquons que la question suivante aurait été plus intéressante :
Si $\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2 \cap \mathcal{P}_3 = \emptyset$ alors $\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2 = \emptyset$ ou $\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_3 = \emptyset$ ou $\mathcal{P}_2 \cap \mathcal{P}_3 = \emptyset$.
La réponse est toujours : Faux ! Il suffit de prendre les trois plans définis par les côtés d'un cylindre de base triangulaire. Il n'y pas de point qui se trouve sur les trois côtés à la fois, mais les intersections des côtés deux à deux sont les arêtes du cylindre.



3) Si $\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2 \neq \emptyset$ et $\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_3 = \emptyset$, alors $\mathcal{P}_2 \cap \mathcal{P}_3 \neq \emptyset$.
Vrai ! En effet $\mathcal{P}_2$ est non-parallèle à $\mathcal{P}_1$ (car $\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2 \neq \emptyset$) et $\mathcal{P}_1$ est parallel à $\mathcal{P}_3$ (car $\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_3 = \emptyset$), donc $\mathcal{P}_2$ est non-parallèle à $\mathcal{P}_3$ (c'est-à-dire $\mathcal{P}_2 \cap \mathcal{P}_3 \neq \emptyset$).

4) Si $\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{D} \neq \emptyset$ et $\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2 = \emptyset$, alors $\mathcal{P}_2 \cap \mathcal{D} \neq \emptyset$
Faux ! Il suffit de prendre $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ parallèles mais distincts et une droite $\mathcal{D}$ contenue dans $\mathcal{P}_1$.



B - Intersection de trois plans donnés

1) Les plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont sécants selon une droite car ils admettent comme vecteurs orthogonaux respectives les vecteurs de coordonnées (1,1,−1) et (2,1,1) qui sont manifestement non-colinéaires. Les coordonnées d'un point est dans la droite $\Delta = \mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2$ si et seulement il vérifie les équations des deux plans. L'addition de deux équations donne $3x + 2y - 3 = 0$, ou encore $y = \frac{3}{2} - \frac{3}{2}x$, donc, en revenant à la première équation, $z = x + y = \frac{3}{2} - \frac{1}{2}x$. D'où la paramétrisation

$$\Delta \ : \quad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3/2 \\ 3/2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} , \quad \lambda \in \mathbb{R}\,.$$

2) Les coordonnées d'un point de Δ vérifient l'équation de $\mathcal{P}_3$ car :

$$\forall \lambda \in \mathbb{R}\,, \quad -2\lambda + 2\left(\frac{3}{2} + 3\lambda\right) - 4\left(\frac{3}{2} + \lambda\right) + 3 = -2\lambda + 3 + 6\lambda - 6 - 4\lambda + 3 = 0\,.$$

D'où $\Delta \subset \mathcal{P}_3$. Comme Δ est l'intersection des plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$, l'intersection des trois plans $\mathcal{P}_1$, $\mathcal{P}_2$ et $\mathcal{P}_3$ est la droite Δ.

Exercice 2 — Candidats sans spécialité math **5 points**

1) **a)** $p(E_1) = \frac{2}{5}$, $p_{E_1}(E_2) = \frac{3}{5}$, $p_{\overline{E_1}}(E_2) = \frac{2}{5}$, $p(E_2) = \frac{2}{5} \times \frac{3}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{12}{25}$.
b) $p(E_{n+1}) = p(E_n) \times \frac{3}{5} + (1 - p(E_n)) \times \frac{2}{5} = \frac{1}{5}\,p(E_n) + \frac{2}{5}$.

2) (u_n) définie par : $\begin{cases} u_1 = \frac{2}{5} \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{5} + \frac{2}{5} \qquad \text{pour tout} \quad n \geqslant 1. \end{cases}$.

a) Deux preuves possibles pour montrer que la suite est majourée par 1 :

- On voit le lien avec la question précédente : la suite (u_n) est précisément la suite des probabilités $(p(E_n))$. Une probabilité est toujours majorée par 1.
- On est aveugle – et on fait une preuve par récurrence. Par définition de u_1 on sait déjà que l'assertion $u_n \leqslant 1$ est vraie pour $n = 1$. Supposons maintenant que l'assertion $u_n \leqslant 1$ soit vraie pour un $n \geqslant 1$; alors

$$u_{n+1} = \frac{u_n}{5} + \frac{2}{5} \leqslant \frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{3}{5} \leqslant 1$$

et donc l'assertion est vrai aussi pour $n + 1$, et par conséquence pour tous les $n \in \mathbb{N}^*$.

b) Nous montrons d'abord, par récurrence, que la suite est majorée par $\frac{1}{2}$. C'est évidemment vrai au niveau $n = 1$, et si c'est vrai au niveau n alors c'est vrai au niveau $n+1$ car

$$u_{n+1} = \frac{u_n}{5} + \frac{2}{5} \leqslant \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{5} = \frac{1}{2},$$

et par conséquence c'est vrai pour tous les $n \in \mathbb{N}^*$.
Maintenant on peut continuer avec deux manières pour montrer la croissance.

- On forme la différence :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{u_n}{5} + \frac{2}{5} - u_n = \frac{2}{5} - \frac{4}{5}u_n \geqslant \frac{2}{5} - \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad u_{n+1} \geqslant u_n\,.$$

- On forme le quotient et on utilise le fait que tous les termes de la suite sont postives.

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = \frac{\frac{u_n}{5} + \frac{2}{5}}{u_n} = \frac{1}{5}\left(1 + \frac{2}{u_n}\right) \geqslant \frac{1}{5}\left(1 + \frac{2}{\frac{1}{2}}\right) = 1 \qquad \Longrightarrow \qquad u_{n+1} \geqslant u_n\,.$$

c) La suite (u_n) est croissante et majorée donc convergente. Notons ℓ sa limite. Ainsi, grâce à la formule de récurrence,

$$\ell = \lim_{n\to\infty} u_{n+1} = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{u_n}{5} + \frac{2}{5}\right) = \frac{\ell}{5} + \frac{2}{5} \qquad \Longrightarrow \qquad \ell = \frac{1}{2}\,.$$

3) **a)** La probabilité $p\,(E_n)$ tend vers $\frac{1}{2}$ lorsque $n \to \infty$.

b) En calculant les premiers sept termes de la suite, on trouve qu'on a $0{,}49999 \leqslant p\,(E_n) \leqslant 0{,}5$ pour $n \geqslant 7$. (La majoration par 0,5 est dejà prouvée dans la question précédente.)

Remarque : Calculer (à la main) les premiers sept termes d'une suite donnée par récurrence est faisable. Mais comment procéder s'il s'avère qu'il faut calculer beaucoup plus de termes ? Dans ce cas il faut disposer d'une “formule directe” qui donne u_n en fonction de n (et non par une récurrence). L'idée suivante nous aide à trouver cette formule :
D'après sa définition (u_n) est une “suite métisse arithmétique-géométrique”. Connaissant des “formules directes” pour les suites arithmétiques et pour les suites gémétriques, nous avons deux espoirs :

Arithmétiser la suite. En multipliant par un réel convenable nous espérons de pouvoir ôter à (u_n) son “côté géométrique”, c'est-à-dire nous cherchons un réel k non-nul tel que la suite définie par $v_n = ku_n$ soit arithmétique. Or cela ne peut pas marcher car la suite arithmétique (v_n) convergerait car (u_n) converge ; elle serait donc constante, et par conséquence (u_n) aussi – or ce n'est pas le cas. C'est donc une idée vouée à l'échec.

Géométriser la suite. En ajoutant un réel convenable nous espérons de pouvoir ôter à (u_n) son “côté arithmétique”, c'est-à-dire nous cherchons un réel k tel que la suite définie par $v_n = u_n + k$ soit géométrique. Si un tel k existe, alors pour la raison de (v_n) il n'y a pas beaucoup de choix, elle doit être $\frac{1}{5}$; la limite de (v_n) est alors 0. Ainsi, comme (u_n) converge vers $\frac{1}{2}$, le réel k doit être $-\frac{1}{2}$ pour garantir que (v_n) converge vers 0. Cette idée peut fonctionner.

Posons donc $v_n = u_n - \frac{1}{2}$, $n \geqslant 1$, et vérifions que cela définit une suite géometrique de raison $\frac{1}{5}$.

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{u_{n+1} - \frac{1}{2}}{u_n - \frac{1}{2}} = \frac{\frac{u_n}{5} + \frac{2}{5} - \frac{1}{2}}{u_n - \frac{1}{2}} = \frac{2u_n - 1}{10u_n - 5} = \frac{2u_n - 1}{5(2u_n - 1)} = \frac{1}{5}\,.$$

Comme il s'agit d'une suite géometrique nous pouvons donner sa formule en fonction de $n \in \mathbb{N}^*$,

$$v_n = \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} \times v_1 = \frac{1}{5^{n-1}}\left(-\frac{1}{10}\right) = -\frac{1}{2 \times 5^n} \qquad \text{et donc} \qquad u_n = \frac{1}{2} + v_n = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{5^n}\right).$$

Maintenant il ne reste qu'à résoudre l'inégalité.

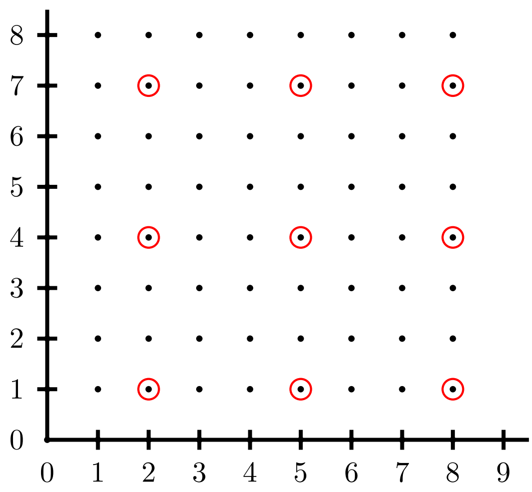
$$\begin{aligned}
0{,}49999 \leqslant p\left(E_n\right) \leqslant 0{,}5 \quad & \Longleftrightarrow \quad \frac{49999}{100000} \leqslant u_n \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{49999}{100000} \leqslant \frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{5^n}\right) \\
& \Longleftrightarrow \quad \frac{49999}{50000} - 1 \leqslant -\frac{1}{5^n} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{1}{50000} \geqslant \frac{1}{5^n} \quad \Longleftrightarrow \quad 5^n \geqslant 50000 \\
& \Longleftrightarrow \quad n \geqslant \ell\text{n}\, 50000 / \ell\text{n}\, 5 \approx 6{,}7\,.
\end{aligned}$$

C'est donc pour $n \geqslant 7$ qu'on a $0{,}49999 \leqslant p\left(E_n\right) \leqslant 0{,}5$.

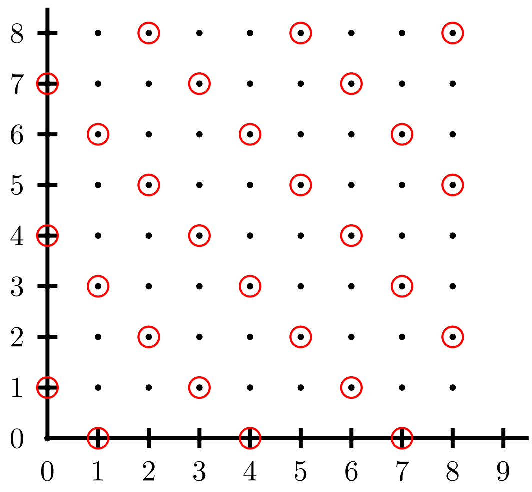
Exercice 2 — Candidats avec spécialité math **5 points**

A - Représentation graphique de quelques ensembles

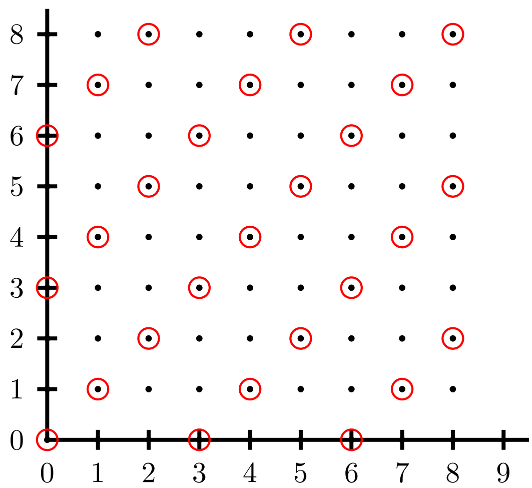
1) $x \equiv 2 \mod 3 \quad \text{et} \quad y \equiv 1 \mod 3$.



2) $x + y \equiv 1 \mod 3$.



3) $x \equiv y \mod 3$.



B - Résolution d'une équation

1) Le couple $(x_0,\, y_0) = (-1,\, -2)$ convient.

2) Soit (x,y) une solution de (E). Alors en prenant la différence avec l'équation $7x_0 - 4y_0 = 1$, on trouve $7(x+1) - 4(y+2) = 0$. Ainsi le nombre premier 7 divise le produit $4(y+2)$, et comme il ne divise pas 4 il divise $y+2$. Par conséquence $y + 2 = 7k$ avec un certain $k \in \mathbb{Z}$. Et finalement $(x,y) = (4k-1,7k-2)$.

Réciproquement on vérifie en remplaçant que tout couple de la forme $(x,y) = (4k-1,7k-2), k \in \mathbb{Z}$, est solution de (E).

3) On cherche $k \in \mathbb{Z}$ tel que

$$\begin{cases} 0 \leqslant & 4k-1 & \leqslant 4 \\ 0 \leqslant & 7k-2 & \leqslant 7 \end{cases}$$

Le premier encadrement équivaut à $\frac{1}{4} \leqslant k \leqslant \frac{5}{4}$, donc à $k = 1$; le deuxième équivaut à $\frac{2}{7} \leqslant k \leqslant \frac{9}{7}$, donc aussi à $k = 1$. L' unique solution de (E) appartenant au réseau $R_{4,7}$ est alors $(3,5)$.

C - Une propriété des points situés sur la diagonale du réseau.

1) La dernière condition n'est rien d'autre qu'une équation de la droite passant par O et A. Les deux autres conditions signifient qu'on ne considère que la partie de la droite qui se trouve dans le rectangle formé par $(0,0)$, $(a,0)$, (a,b) et $(0,b)$. C'est donc bien le segment $[\mathrm{O}A]$.

2) Soient $a,b \in \mathbb{N}^*$ premiers entre eux et soit $(x,y) \in [\mathrm{O}A] \cap R_{a,\,b}$. Cela signifie que x,y sont des entiers vérifiant

$$0 \leqslant x \leqslant a\ ; \quad 0 \leqslant y \leqslant b\ ; \quad ay = bx.$$

En particulier a divise le produit bx et comme a et b sont premiers entre eux, a divise x, c'est-à-dire x est un multiple de a; or $0 \leqslant x \leqslant a$, d'où $x = 0$ ou $x = a$. Comme $a \neq 0$ on peut a $y = \frac{bx}{a}$ on trouve donc $y = 0$ respectivement $y = b$. Cela siginfie que O et A sont les seuls points dans $[\mathrm{O}A] \cap R_{a,\,b}$.

3) Soient $a,b \in \mathbb{N}^*$ non premiers entre eux. Alors leur plus grand commun diviseur d est supérieur à 1. Alors on a $0 < \dfrac{a}{d} < a$ et $0 < \dfrac{b}{d} < b$, et $a\dfrac{b}{d} = b\dfrac{a}{d}$. Ainsi le couple d'entiers $\left(\dfrac{a}{d}, \dfrac{a}{d}\right)$ vérifie les trois conditions de la question **1)** et est distinct de $(0,0)$ et de (a,b), cqfd.

Exercice 3 — Commun à tous les candidats **4 points**

A - Quelques propriétés

1) La relation entre les modules est $|z'| = \left|-\dfrac{1}{\overline{z}}\right| = \dfrac{1}{|\overline{z}|} = \dfrac{1}{|z|}$.

Pour établir une relation entre les arguments, écrivons $z = re^{i\varphi}$, avec $r > 0$ et $\varphi \in \mathbb{R}$. Alors

$$z' = -\frac{1}{\overline{z}} = -\frac{1}{re^{-i\varphi}} = -\frac{1}{r}\,e^{i\varphi} = \frac{1}{r}\,e^{i(\varphi+\pi)} \qquad \Longrightarrow \qquad \mathsf{Arg}\; z' \equiv \pi + \mathsf{Arg}\; z \pmod{2\pi}\,.$$

2) C'est évident d'après ce qu'on vient de voir sur les arguments.

3) Soit $z \in \mathbb{C}^*$. Alors

$$z\,\overline{z' + 1} = z\,\left(\overline{z'} + 1\right) = z\left(-\frac{1}{z} + 1\right) = -1 + z\,.$$

En divisant par z on trouve l'équation demandée.

B - Construction de l'image d'un point

On désigne par A et B les deux points d'affixes respectives 1 et -1.

On note $\mathcal{C}$ l'ensemble des points M du plan dont l'affixe z vérifie : $|z-1| = 1$.

1) L'ensemble $\mathcal{C}$ est le cercle de rayon 1 et de centre A.

2) Soit M un point de $\mathcal{C}$ d'affixe z, distinct du point O.

a) Utilisant le fait que $z' \neq 0$, on a

$$\left|z'+1\right| = \left|z'\right| \iff \frac{\left|z'+1\right|}{\left|z'\right|} = 1 \iff \left|1 + \frac{1}{z'}\right| = 1 \iff |1-\overline{z}| = 1$$

$$\iff \left|\overline{1-\overline{z}}\right| = 1 \iff |1-z| = 1\,,$$

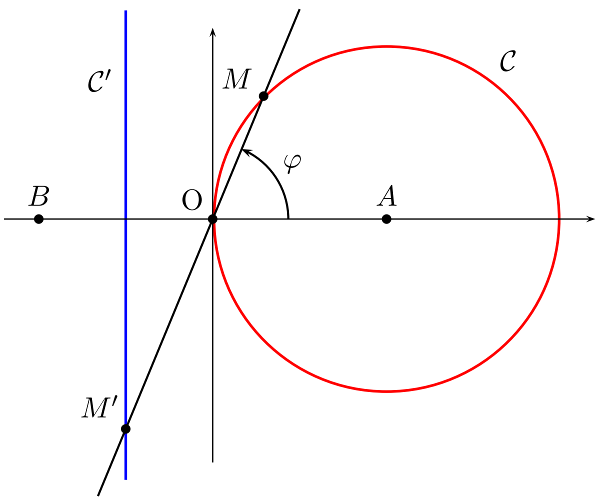
et cette dernière égalité est précisément l'hypothèse $M \in \mathcal{C}$.

L'égalité $|z'+1| = |z'|$ signifie que la distance entre M' et O est la même qu'entre M' et B.

Autrement dit l'application $M \mapsto M'$ envoie le cercle $\mathcal{C}$ (sans le point O) sur la médiatrice $\mathcal{C}'$ du segment [OB].

b) Oui, c'est vrai, vu la chaîne d'équivalence établie ci-dessus.

3) Si M est un point de $\mathcal{C}$ distinct de O, alors d'après les questions **A2)** et **B2)** le point M' est l'intersection de la droite (OM) avec la médiatrice $\mathcal{C}'$ du segment [OB].



Cette construction permet d'obtenir à la règle et au compas l'inverse d'un nombre réel $r > 0$. En effet, d'après la question **1)**, *on a* $\mathrm{OM}' = \frac{1}{\mathrm{OM}}$. *Lorsque M s'approche de O son image M' s'éloigne à l'infini.*

Exercice 4 — Commun à tous les candidats **7 points**

A - Restitution organisée de connaissances

$$\lim_{x\to+\infty} xe^{-x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{x}{e^x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{\frac{e^x}{x}} = \lim_{u\to+\infty} \frac{1}{u} = 0.$$

B - Étude d'une fonction

1) Les limites à l'infini sont

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \left(xe^{-x} + e^{-x}\right) = 0 + 0 = 0\,, \qquad \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{t\to+\infty} -(t-1)e^t = -\infty\,.$$

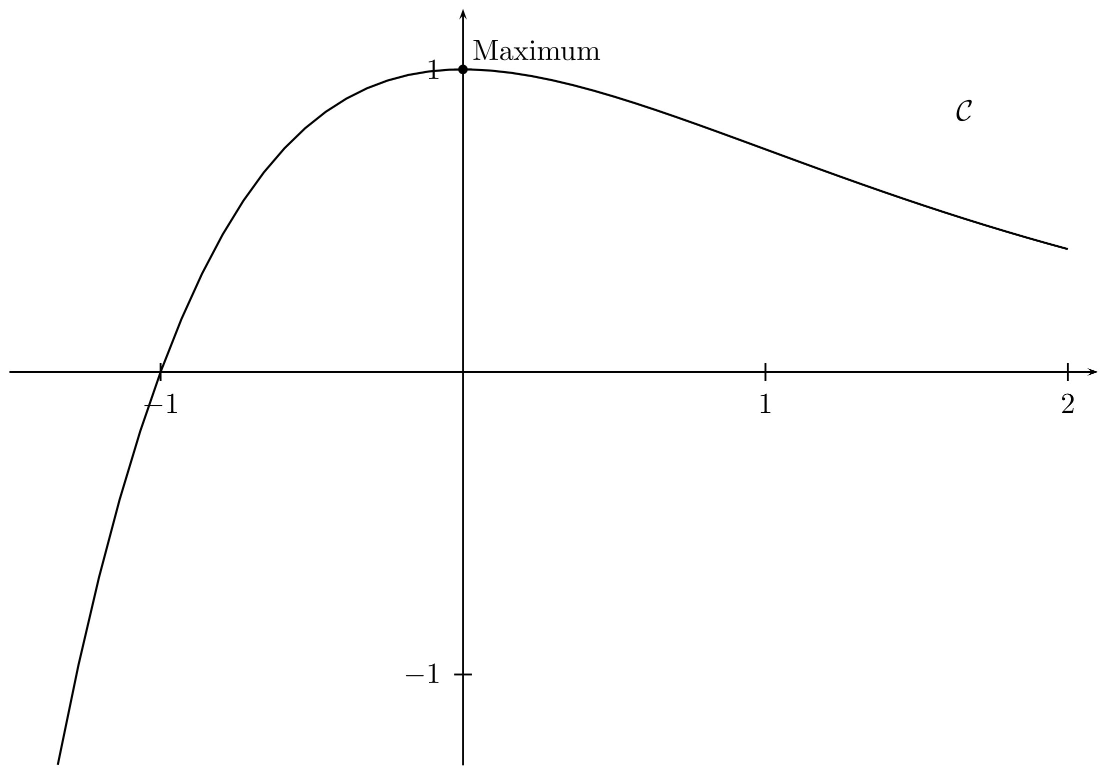
L'axe des abscisses est donc une asymptote à la courbe $\mathcal{C}$ en direction $+\infty$.
La fonction f est dérivable comme produit de fonctions dérivables et

$$f'(x) = 1 \times e^{-x} - (x+1)e^{-x} = -xe^{-x}.$$

Comme $e^{-x} > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$, le signe de $f'(x)$ est l'opposé de celui de x. En particulier f possède un maximum en $x = 0$ de valeur $f(0) = 1$. Vue les limites à l'infini il s'agit d'un maximum global.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f(x)$			1		
		$\nearrow$		$\searrow$	
	$-\infty$				0

2)



C - Étude d'une famille de fonctions

Pour tout entier relatif k, on note f_k la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f_k(x) = (x+1)e^{kx}.$$

On note $\mathcal{C}_k$ la courbe représentative de la fonction f_k dans un repère orthonormal du plan.
On remarque que le cas $k=-1$ a été traité dans la partie B, car on a $f_{-1} = f$ et $\mathcal{C}_{-1} = \mathcal{C}$.

1) **a)** La fonction f_0 est affine.

b) Il faut résoudre

$$f_0(x) = f_1(x) \iff x+1 = (x+1)e^x \iff (x+1)(1-e^x) = 0$$
$$\iff \big(x+1=0 \quad \text{ou} \quad 1 = e^x\big) \iff \big(x=-1 \quad \text{ou} \quad x=0\big)$$

Par conséquence les points d'intersection des courbes $\mathcal{C}_0$ et $\mathcal{C}_1$ on les coordonnées $(-1{,}0)$ et $(0{,}1)$.

Ces points appartiennent à la courbe $\mathcal{C}_k$ pour tout entier k (et même tout réel k), car

$$f_k(-1) = (-1+1)e^{-k} = 0 \qquad \text{et} \qquad f_k(0) = (0+1)e^0 = 1\,.$$

2)

x		-1		0	
$x+1$	$-$	0	$+$		$+$
$e^x - 1$	$-$		$-$	0	$+$
$(x+1)(e^x-1)$	$+$	0	$-$	0	$+$

La position relative des courbes $\mathcal{C}_{k+1}$ et $\mathcal{C}_k$ est donnée par le signe de la différence

$$f_{k+1}(x) - f_k(x) = (x+1)e^{(k+1)x} - (x+1)e^{kx} = \big(e^x-1\big)(x+1)e^{kx}\,.$$

Comme e^{kx} est toujours >0 il s'agit donc du signe de $\big(e^x-1\big)(x+1)$ étudié en haut. Donc $\mathcal{C}_k$ est au-dessus de $\mathcal{C}_{k+1}$ si $-1 \leqslant x \leqslant 0$ et en-dessous ailleurs.

3) $f'_k(x) = 1 \times e^{kx} + (x+1)e^{kx} \times k = (kx+k+1)e^{kx}\,.$

- Si $k=0$ on sait déjà que la fonction affine $f_0(x) = x+1$ est strictement croissante.
- Si $k>0$ alors $f'_k(x) \leqslant 0 \iff kx+k+1>0 \iff x > -1-1/k$.
  Donc f est croissante sur $[-1-\frac{1}{k}, +\infty[$ et décroissante ailleurs.
- Si $k<0$ alors $f'_k(x) \leqslant 0 \iff kx+k+1>0 \iff x < -1-1/k$.
  Donc f est croissante sur $]-\infty, -1-\frac{1}{k}]$ et décroissante ailleurs.

4) D'après la question précédente, la courbe $\mathcal{C}_k$ possède un minimum (resp. maximum) en $x = -1-1/k$ si $k>0$ (resp. $k<0$). On obtient alors par simple lecture graphique :

$\mathcal{C}_{-1} = \mathcal{E}$ car maximum en 0, d'où $\mathcal{C}_{-1} = \mathcal{E}$.
$\mathcal{C}_{-3} = \mathcal{F}$ car un maximum en $-2/3$.
$\mathcal{C}_1 = \mathcal{H}$ car un minimum en -2.
$\mathcal{C}_2 = \mathcal{K}$ car un minimum en $-3/2$ (ou car dernier cas restant).

D - Calcul d'une aire plane

Soit λ un réel stritement positif. La fonction f est celle définie dans la partie B.

1) On trouve

$$\mathcal{A}(\lambda) = \int_0^\lambda (x+1)e^{-x}\,\mathrm{d}x = \Big[-(x+1)e^{-x}\Big]_0^\lambda - \int_0^\lambda -e^{-x}\,\mathrm{d}x = -(\lambda+1)e^{-\lambda} + 1 + \Big[-e^{-x}\Big]_0^\lambda$$
$$= -(\lambda+1)e^{-\lambda} + 1 - e^{-\lambda} + 1 = 2 - (\lambda+2)e^{-\lambda}\,.$$

2) Comme dans la question **B1)** on trouve $\lim_{\lambda \to +\infty} (\lambda + 2)e^{-\lambda} = 0$. Par conséquence $\lim_{\lambda \to +\infty} \mathcal{A}(\lambda) = 2$. Cela signifie que l'aire "étendue infiniment" à droite de l'axe des ordonnées, entre l'axe des abscisses et la courbe de $\mathcal{C}$ vaut 2.